

Theorie der Kontraktion der positiven Säule*

Von G. ALBRECHT, G. ECKER und K. G. MÜLLER

Aus dem Institut für Theoretische Physik der Universität Bonn
(Z. Naturforsch. **17 a**, 854—860 [1962]; eingegangen am 7. Juli 1962)

It is experimentally known that with increasing pressure and current the positive column of the glow discharge constricts. A qualitative discussion of the electron particle balance displays certain requirements for the effective diffusion coefficient D_{eff} and the production coefficient α_{eff} of the electrons. With increasing distance from the axis either the diffusion coefficient D_{eff} should increase or the production term α_{eff} should decrease down to negative values. We discuss to which extent the various physical processes can meet these requirements. The constriction caused by the presence of negative ions is evaluated from the transport equations. From the solution of our eigenvalue problem we have the radial electron density distribution and the electric field as functions of the current, pressure and radius.

Die Theorie der positiven Säule der Glimmentladung wurde erstmalig von SCHOTTKY¹ entwickelt. Sein Modell beschränkt sich auf ein stoßbestimmtes System von Elektronen und positiven Ionen in einem Neutralgas. Die Träger werden durch Elektronenstoß erzeugt und gehen durch ambipolare Diffusion zur Wand verloren. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich für die radiale TrägerdichteVerteilung eine BESSEL-Funktion nullter Ordnung (s. Kurve $h/R = 0,63$, Abb. 1). Ersichtlich erstreckt sich die Säule unter diesen Umständen ohne Kontraktion bis zur Wand.

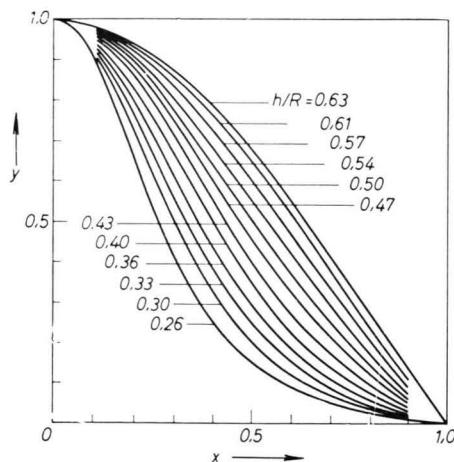


Abb. 1. Berechnete ElektronendichteVerteilungen $y = n_e/n_{e0}$ als Funktion der Radialkoordinate $x = r/R$. n_{e0} gibt die Dichte in der Achse an, R den Gefäßradius. Als Kontraktionsparameter dient die relative Halbwertsbreite h/R .

Die SCHOTTKYSche Rechnung für Systeme mit zwei Trägerkomponenten wurde erweitert von SPENKE², FABRIKANT³ und MORGULIS⁴ durch Hinzunahme von Erzeugungs- und Vernichtungsgliedern, die quadratisch mit der Dichte variieren. Allerdings liefern alle quadratischen Effekte, die bei einem Zwei-Komponentensystem in Betracht kommen, nur geringfügige Korrekturen der SCHOTTKYSchen Ergebnisse.

Experimentelle Untersuchungen an Glimmentladungen mit Stromstärken von der Größenordnung mA und bei Drucken bis zu einigen Torr bestätigen die SCHOTTKYSche Rechnung. Dagegen kann bei höheren Stromstärken und Drucken die Säule sich von der Wand ablösen. Wir bezeichnen diese Säulenform als die *kontrahierte Säule*.

GÜNTHERSCHULZE⁵, SEELIGER und SOMMERMEYER⁶ sahen die Ursache des Kontraktionsvorganges in der Anwesenheit negativer Ionen. GÜNTHERSCHULZE hat in diesem Zusammenhang den Begriff des „Ionenmantelleffektes“ entwickelt.

Der Gedanke liegt nahe, die für die Bogensäule gegebene thermische Deutung der Kontraktion^{7, 8} auf die Glimmentladung zu übertragen. Hiernach verursachen negative Temperaturgradienten des Wärmeleitvermögens ($d\alpha/dT < 0$) ein Anwachsen der Temperatur und damit eine Erhöhung der thermischen Trägererzeugung. Unter geeigneten Umständen führt dies zur Kontraktion. Eine Übertragung der Überlegungen für den Bogen auf die Glimmentladung ist nicht ohne weiteres möglich. Negative Temperaturgradienten des Wärmeleitver-

* This research was supported in part by the United States Department of Army, through its European Research Office.

¹ W. SCHOTTKY, Phys. Z. **25**, 342, 625 [1924].

² E. SPENKE, Z. Phys. **127**, 221 [1950].

³ V. FABRIKANT, C. R. Acad. Sci. USSR **23**, 531 [1939].

⁴ N. MORGULIS, J. Exp. Theor. Phys., USSR **8**, 707 [1938].

⁵ A. GÜNTHERSCHULZE, Z. Phys. **91**, 724 [1934].

⁶ R. SEELIGER u. K. SOMMERMEYER, Z. Phys. **98**, 733 [1936].

⁷ K. H. HÖCKER, Z. Naturforsch. **1**, 383 [1946].

⁸ L. A. KING, Nature, Lond. **174**, 1008 [1954].



mögens sind für den Fall thermischen Gleichgewichtes bei Einbeziehung der Dissoziationsprozesse in dem Wärmeleitungsvorgang nachgewiesen^{9, 10}. In der Glimmentladung liegt kein thermisches Gleichgewicht vor. Außerdem spielen thermische Trägererzeugungsprozesse ohnehin keine Rolle.

FOWLER¹¹ führt zur Deutung des Kontraktionsphänomens in die Impulstransportgleichung der Elektronen, ein zusätzliches „retardierendes Feld“, ein. Dieses soll demjenigen Energieverlust der Elektronen an die Neutralteilchen Rechnung tragen, der durch die unterschiedlichen Teilchentemperaturen bedingt ist. Dieser Effekt ist von Bedeutung. Er wird von der BOLTZMANN-Gleichung erfaßt und ist damit auch zwangsläufig schon in den von ihr abgeleiteten Impulstransportgleichungen enthalten, sofern Beweglichkeit und Diffusion im richtigen Temperaturbereich verwendet werden.

KENTY¹² schließt aus der großen Zahl seiner interessanten experimentellen Untersuchungen, daß die kombinierte Wirkung von ambipolarer Diffusion und Rekombination für das Phänomen der Kontraktion verantwortlich sei.

Die beschriebenen theoretischen Versuche enthalten interessante qualitative Vorschläge, geben jedoch keine quantitativen analytischen Resultate.

Konzeption

Die vorliegende Arbeit versucht, das Kontraktionsphänomen quantitativ zu formulieren.

Wir beginnen mit einer mathematischen Fassung des Begriffs der Kontraktion. Diese befähigt uns, allgemeine Bedingungen für den effektiven Erzeugungskoeffizienten α_{eff} und den effektiven Diffusionskoeffizienten D_{eff} der Elektronen beim Vorliegen von Kontraktionserscheinungen aufzustellen. Anschließend werden physikalische Prozesse diskutiert, die den entsprechenden Anforderungen an α_{eff} und D_{eff} genügen. Es zeigt sich, daß mehrere physikalische Realisierungsmöglichkeiten bestehen. Die beiden wichtigsten Möglichkeiten beruhen auf der Existenz einer negativen Ionenkomponente bzw. auf der gleichzeitigen Anwesenheit von Atom- und Molekülionen.

In der vorliegenden Untersuchung beschäftigen wir uns ausschließlich mit der durch die negative

Ionenkomponente bedingten Kontraktion. Der entsprechende Effekt der Moleküldissoziation wird in einer gesonderten Arbeit behandelt.

Begriff der Kontraktion

In der Glimmentladungssäule sind sowohl der Mechanismus wie auch die phänomenologischen Erscheinungen wesentlich durch die Elektronen bestimmt. Daher kennzeichnen wir die Säulenform durch die Elektronenverteilung n_e .

Gegenstand unserer Untersuchung ist eine unendlich ausgedehnte, axial-homogene, zylindrische Säule.

Wir führen als Normverteilung die BESSEL-Funktion $J_0(2,4 \cdot r/R)$ ein. Bei einer kontrahierten Säule sind die Elektronen relativ zur Normverteilung zum Zentrum hin verlagert (s. Abb. 1). Zur quantitativen Erfassung dieser qualitativen Vorstellung führen wir als Maß der Kontraktion die relative Halbwertsbreite der Verteilung h/R ein. Eine Säule betrachten wir als um so stärker kontrahiert, je kleiner der Parameter h/R ist. Mit abnehmender Kontraktion nähert sich der Kontraktionsparameter h/R dem Grenzwert $(h/R)_0 = 0,63$ der Normverteilung.

Existenzbedingung der kontrahierten Säule

In der folgenden Diskussion verwenden wir, wie in der SCHOTTKYSchen Näherung, die Annahme konstanter Temperaturen. Unter diesen Umständen ist es möglich, auf die Anschrift der Energiebilanzen zu verzichten.

Aus den Erhaltungssätzen für Masse und Impuls ergibt sich die Relation

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r D_{\text{eff}} \frac{dy}{dr} = -\alpha_{\text{eff}} y, \quad (1)$$

wo $y = n_e/n_{e0}$ die auf den Achsenwert (n_{e0}) bezogene Elektronendichte kennzeichnet. Der Koeffizient α_{eff} bestimmt die effektive Elektronenerzeugung pro Elektron und Sekunde. Der effektive Diffusionskoeffizient D_{eff} erfaßt die kombinierte Wirkung des radialen elektrischen Feldes und der Diffusionsvorgänge und ist im allgemeinen von den Trägerdichten abhängig. Im Spezialfall von nur zwei Trägerkomponenten geht er in den ambipolaren Diffusionskoeffizienten D_{am} über.

⁹ K. H. RIEWE u. R. ROMPE, Z. Phys. **105**, 478 [1937].

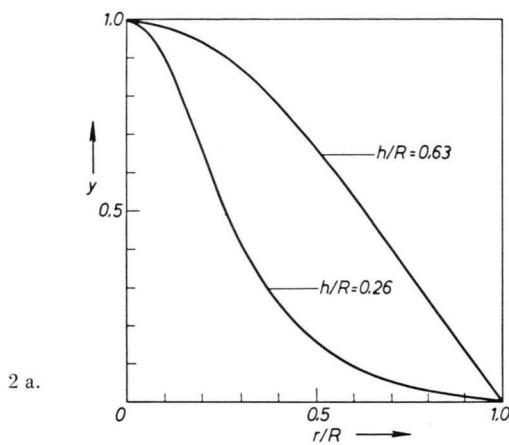
¹⁰ W. FINKELBURG u. H. MAECKER, Handb. d. Physik Bd. 22, S. 352, Verlag Springer, Berlin 1956.

¹¹ R. G. FOWLER, Proc. Phys. Soc., Lond. B **68**, 130 [1955].

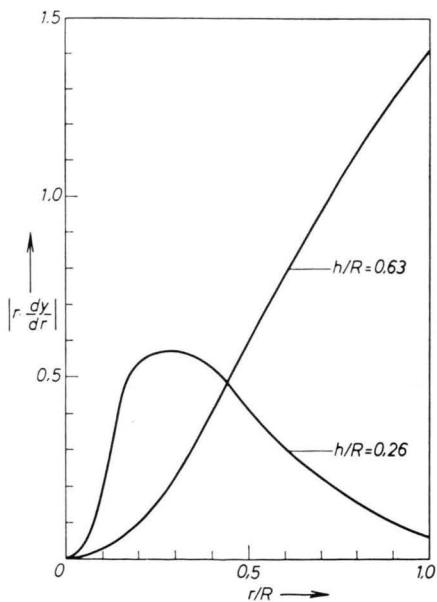
¹² C. KENTY, Proc. Vth Int. Conf. Ionization Phenomena in Gases, München 1961, p. 356, North Holland Publ. Comp.

Um Aussagen über α_{eff} und D_{eff} aus einer qualitativen Diskussion zu gewinnen, vergleichen wir eine stark kontrahierte Säule mit kleinem Wert von h/R mit dem Normprofil der BESSEL-Funktion (s. Abb. 2 a). Da die Größe $r(dy/dr)$ in Gl. (1) entscheidend eingeht, haben wir die entsprechenden Verteilungen in Abb. 2 b ebenfalls skizziert. Bei der BESSEL-Normalverteilung nimmt die Größe $r(dy/dr)$ von innen nach außen monoton zu. Dagegen wächst für das stark kontrahierte Profil die Größe $r(dy/dr)$ im Inneren zunächst rasch an, um mit der Annäherung an die Wand wieder abzunehmen.

Unter der Voraussetzung eines konstanten Diffusionskoeffizienten D_{eff} lässt sich aus Abb. 2 b und Gl. (1) folgendes schließen: Bei der Normvertei-



2 a.



2 b.

lung ist α_{eff} konstant. Bei der stark kontrahierten Säule dagegen nimmt α_{eff} von innen nach außen ab und kann sogar negative Werte erreichen (s. Abb. 2 c).

Bei konstanter spezifischer Erzeugung α_{eff} folgt für die Normverteilung ein konstanter Diffusionskoeffizient D_{eff} . Dagegen müsste bezüglich der stark kontrahierten Säule der Diffusionskoeffizient in den wandnahen Gebieten anwachsen (s. Abb. 2 c).

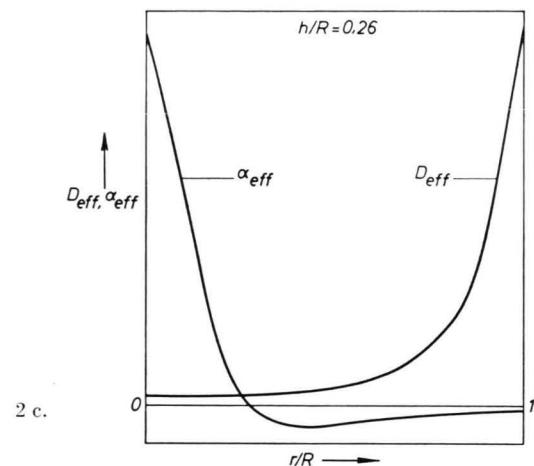


Abb. 2 a-c. Anschauliche Erläuterung der Diskussion des Verlaufs von α_{eff} und D_{eff} bei kontrahierter Säule (s. Text).

Physikalische Interpretation des für die Kontraktion charakteristischen Verlaufes von α_{eff} und D_{eff}

Wir diskutieren zunächst den Verlauf von α_{eff} . Im Rahmen der hier interessierenden Entladungen sind die folgenden Prozesse der Elektronenerzeugung wesentlich: Ionisation von Neutralteilchen durch Elektronenstoß, Elektronenablösung von negativen Ionen durch Elektronenstoß.

In den gleichen Entladungen tragen zur Elektronenvernichtung wesentlich die folgenden Vorgänge bei: Anlagerung von Elektronen unter Bildung negativer Ionen, dissoziative Rekombination von Molekülionen mit Elektronen.

Alle Prozesse, die zwischen Elektronen und Stoßpartnern konstanter Dichte ablaufen, können für die Kontraktion nicht verantwortlich gemacht werden, da sie nur einen konstanten Beitrag zu α_{eff} liefern. Wir müssen einen Prozeß suchen, der entweder im Inneren eine Erhöhung von α_{eff} oder im Äußeren eine Erniedrigung von α_{eff} bedingt.

Eine Erhöhung im Inneren kann grundsätzlich durch Ionisierung einer zusätzlichen Teilchenkomponenten (z. B. der metastabilen, der angeregten Neutralteilchen, der negativen Ionen) erreicht werden. Wir haben bereits erwähnt, daß die Effekte der metastabilen und angeregten Neutralteilchen nur geringfügig zur Elektronenbilanz beitragen. Einen Einfluß dürfen wir jedoch von der Ablösung der Elektronen von negativen Ionen erwarten.

Für die Erniedrigung des Erzeugungskoeffizienten α_{eff} in den Randbereichen kommen praktisch alle Rekombinations- und Elektronenanlagerungsprozesse in Betracht.

Wie wir betonen möchten, ist es nicht erforderlich, daß ein einziger Prozeß den gesamten geforderten Verlauf von α_{eff} ergibt. Vielmehr kann der entsprechende Koeffizient α_{eff} durch die Überlagerung verschiedener Vorgänge zustande kommen.

Ein interessantes Beispiel mit zusätzlicher Trägererzeugung tritt in Gegenwart einer negativen Ionenkomponente auf. Hier kann der Beitrag der konstanten Anteile zu α_{eff} über den ganzen Entladungsquerschnitt negativ sein, und nur im Zentrum wird α_{eff} durch Elektronenablösung von negativen Ionen positiv.

Als Beispiel eines Prozesses mit zusätzlicher Trägervernichtung in den Außenbereichen führen wir die dissoziative Rekombination an. Da im Zentrum der Entladung wegen der hohen Elektronendichte und -temperatur nur wenige Moleküle vorhanden sind, dominiert dieser Vernichtungsprozeß in den Randbezirken.

Wir diskutieren nun den Verlauf von D_{eff} .

Unser System enthält außer Elektronen verschiedene Arten von negativen und positiven Ionen (Atomionen, Molekülionen). Wir setzen voraus, daß negative und positive Ionen gleicher Art gleichen Diffusionskoeffizienten D und gleiche Beweglichkeit besitzen. Im übrigen ist der Diffusionskoeffizient aller Ionen sehr viel kleiner als der der Elektronen.

Der effektive Diffusionskoeffizient D_{eff} beschreibt die radiale Bewegung der Elektronen unter dem Einfluß des Diffusionsmechanismus und der kollektiven Feldwechselwirkung aller Trägerkomponenten. Das radiale ambipolare Feld gleicht die Mittelwerte der effektiven Diffusionskoeffizienten der negativen und positiven Ladungsträger an. Wegen des großen Diffusionskoeffizienten der Elektronen ist der mittlere Diffusionskoeffizient der negativen Ladungsträger im allgemeinen demjenigen der positiven La-

dungsträger überlegen und das radiale Feld hat eine für die Elektronen verzögernde Wirkung. Überwiegen bei der Mittelwertbildung die Elektronen, so ist D_{eff} mit dem ambipolaren Diffusionskoeffizienten D_{am} identisch. Überwiegen dagegen die negativen Ionen, so diffundieren die Elektronen nahezu ungehindert und es gilt $D_{\text{eff}} \simeq D_e$.

Für ein System mit je einer Komponente negativer und positiver Ionen gilt im Allgemeinfall

$$D_{\text{eff}} = \frac{\mu D_e + \mu_e D + 2 \mu D_e (n_-/n_e)}{\mu + \mu_e + 2 \mu (n_-/n_e)}. \quad (2)$$

Um unter der Voraussetzung einer konstanten spezifischen Erzeugung α_{eff} den in Abb. 2 c wiedergegebenen Verlauf des Diffusionskoeffizienten zu erreichen, muß nach Gl. (2) das Verhältnis n_-/n_e von innen nach außen zunehmen.

In dieser Arbeit beschränken wir uns auf die Untersuchung der Kontraktionserscheinungen, wie sie durch die Bildung negativer Ionen hervorgerufen werden. Wir berücksichtigen den Einfluß der negativen Ionen sowohl auf α_{eff} als auch auf D_{eff} .

Berechnung der ElektronendichteVerteilung

Wir berechnen die ElektronendichteVerteilung für eine zylindersymmetrische, unendlich positive Säule, bestehend aus ν Komponenten. Die Temperaturen setzen wir als konstant voraus.

Ferner benutzen wir die Annahme der Quasi-neutralität

$$\sum_{i=1}^{\nu} q_i n_i = 0 \quad (3)$$

und die Randbedingung in der vereinfachten Form

$$n_i = 0 \quad \text{für} \quad r = R. \quad (4)$$

Es gelten die Kontinuitätsgleichungen

$$\text{div } \mathbf{T}_i = A_i \quad (5)$$

und die Impuls-Transportgleichungen

$$\mathbf{T}_i = -D_i \text{ grad } n_i + (q_i/|q_i|) \mu_i n_i \mathbf{E}. \quad (6)$$

Da wir eine isolierte Wand voraussetzen, muß der radiale elektrische Wandstrom verschwinden:

$$\sum_{i=1}^{\nu} q_i T_{ri} = 0. \quad (7)$$

Wegen der Voraussetzung konstanten Druckes ist bei niedrigem Ionisierungsgrad

$$\sum_{i=1}^{\nu} n_i \approx n = \text{const.} \quad (8)$$

In diesen Beziehungen wurde mit Γ_i die Teilchenstromdichte, n_i die Teilchendichte, q_i die Ladung, Δ_i die Trägererzeugung, μ_i die Beweglichkeiten der i -ten Trägerkomponente, mit \mathbf{E} das elektrische Feld und mit n die Dichte der Neutralteilchen bezeichnet.

Führen wir in Gl. (7) die Impuls-Transportgleichungen (6) ein, so ergibt sich für die elektrische Feldstärke

$$E_r = - \frac{\sum_k q_k D_k \operatorname{grad} n_k}{\sum_k |q_k| \mu_k n_k}. \quad (9)$$

Mit Hilfe dieser Beziehung (9) können wir das elektrische Feld aus den Impuls-Transportgleichungen eliminieren:

$$\Gamma_{ri} = -D_i \operatorname{grad} n_i + \frac{\mu_i n_i \sum_k q_k D_k \operatorname{grad} n_k}{\sum_k |q_k| \mu_k n_k}. \quad (10)$$

Für ein Drei-Komponentensystem, bestehend aus Elektronen, einfach geladenen positiven und negativen Ionen, tragen die folgenden Prozesse wesentlich zu Δ bei:

Ionisierung von Neutralteilchen durch Elektronenstoß

$$\Delta_a = (\alpha/p) (p/n) v_{ed} n n_e; \quad (11a)$$

Anlagerung von Elektronen an Neutralteilchen

$$\Delta_b = (\beta/p) (p/n) v_{ed} n n_e; \quad (11b)$$

Ablösung der Elektronen von negativen Ionen durch Elektronenstoß

$$\Delta_c = \delta v_{eth} n_- n_e; \quad (11c)$$

Rekombination von negativen Ionen mit positiven Ionen

$$\Delta_d = \sigma \sqrt{2} v_{\pm th} n_+ n_- . \quad (11d)$$

Hierbei bezeichnet α die Ionisierungszahl eines Elektrons pro cm Driftweg, β die Anlagerungszahl eines Elektrons pro cm Driftweg, δ den Wirkungsquerschnitt für die Ablösung der Elektronen von negativen Ionen, σ den Wirkungsquerschnitt für die Rekombination von positiven mit negativen Ionen, v_{ed} die Driftgeschwindigkeit der Elektronen, v_{ith} die thermischen Teilchengeschwindigkeiten und p den Gasdruck.

Mit den hier angeschriebenen Erzeugungs- und Vernichtungsprozessen folgt aus den Kontinuitätsgleichungen (5), der Beziehung (10) und der Quasineutralitätsbedingung (3) das folgende System von zwei simultanen Differentialgleichungen für die Elektronendichte n_e und die negative Ionendichte n_-

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \left[-\frac{n_e(\mu_e D + \mu D_e) + 2\mu D_e n_-}{n_e(\mu_e + \mu) + 2\mu n_-} \frac{dn_e}{dr} \right] = n_e \left[\left(\frac{\alpha}{p} - \frac{\beta}{p} \right) v_{ed} p + \delta v_{eth} n_- \right], \quad (12a)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \left[-D \frac{dn_-}{dr} + \frac{(D_e - D) \mu n_-}{n_e(\mu_e + \mu) + 2\mu n_-} \frac{dn_e}{dr} \right] = n_e \left[\frac{\beta}{p} p v_{ed} - (\delta v_{eth} + \sigma \sqrt{2} v_{\pm th}) n_- \right] - \sigma \sqrt{2} v_{\pm th} n_-^2. \quad (12b)$$

Es gelten die Randbedingungen (4).

Numerische Auswertung

Uns ist kein elektronegatives Gas bekannt, das sich durch ein Drei-Komponentensystem beschreiben ließe und dessen experimentelle Daten ausreichend gesichert sind. Wir müssen daher unsere Berechnungen an einem fiktiven Modellgas ausführen. Allerdings werden wir hierbei die Zahlwerte in Anlehnung an die Meßdaten für Sauerstoff wählen.

Zur Vorbereitung der Auswertung führen wir die folgenden Transformationen durch:

$$x = r/R; \quad y = n_e/n_{e0}; \quad z = n_-/n_{e0} \quad (13)$$

und

$$A = [(p R)^2 v_{ed}] / [p D_{am}] \approx [(p R)^2 v_{ed}] / [p D(T_e/T)]. \quad (14)$$

Damit lauten die endgültigen Gleichungen und Randbedingungen:

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} x \frac{y+2z}{y+2(\mu/\mu_e)z} \frac{dy}{dx} = -A y \left[\frac{\alpha}{p} - \frac{\beta}{p} + \delta \frac{v_{eth}}{v_{ed}} z \frac{n_{e0}}{n} \frac{n}{p} \right], \quad (15a)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} x \left[-\frac{T}{T_e} \frac{dz}{dx} + \frac{z}{y+2(\mu/\mu_e)z} \frac{dy}{dx} \right] = A y \left[\frac{\beta}{p} - \left(\delta \frac{v_{eth}}{v_{ed}} + \sigma \sqrt{2} \frac{v_{\pm th}}{v_{ed}} \right) z \frac{n_{e0}}{n} \frac{n}{p} \right] - A \sigma \sqrt{2} \frac{v_{\pm th}}{v_{ed}} z^2 \frac{n_{e0}}{n} \frac{n}{p} \quad (15b)$$

bzw.

$$y = z = 0 \quad \text{für} \quad x = 1. \quad (15c)$$

Die in Anlehnung an die bekannten Sauerstoffwerte verwendeten Daten sind in Tab. 1 und in Abb. 3 zusammengestellt.

$\delta = 10^{-14} \text{ cm}^2$
$\sigma = 10^{-12} \text{ cm}^2$
$\mu/\mu_e = 10^{-2}$
$T = 400 \text{ }^\circ\text{K}$

Tab. 1.

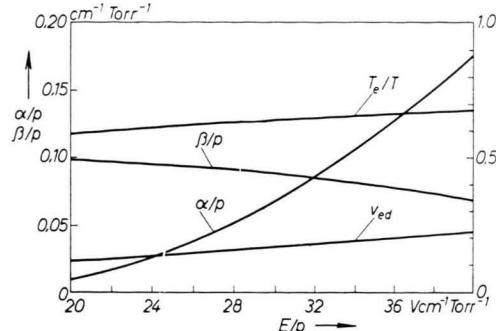


Abb. 3. Numerische Darstellung der in der Auswertung verwendeten Parameter. Rechte Ordinate: $10^{-2} T_e/T$ bzw. $10^{-8} v_{eda}$ in cm/sec.

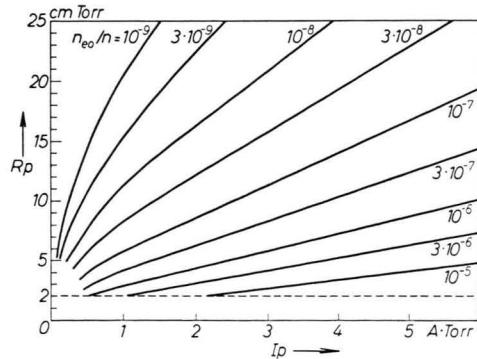


Abb. 4. Berechnete axiale Elektronendichte n_{e0} als Funktion der experimentellen Parameter R_p und p_I . n gibt die Dichte des Neutralgases an.

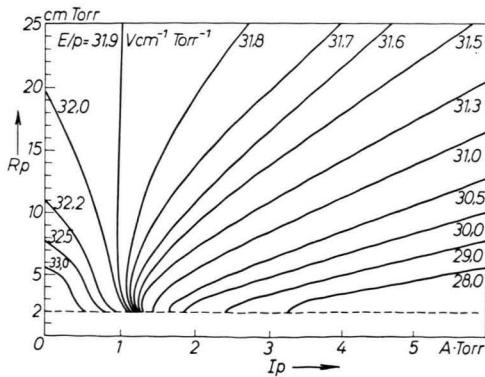


Abb. 5. Berechnete reduzierte Feldstärke E/p als Funktion der experimentellen Parameter R_p und p_I .

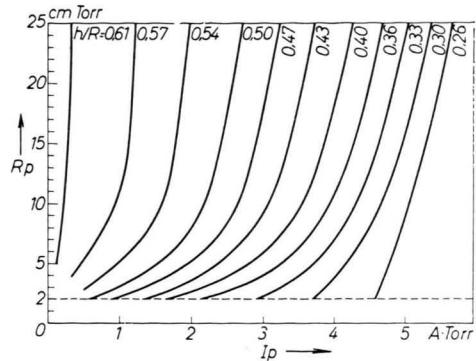


Abb. 6. Berechneter Kontraktionsparameter h/R als Funktion der experimentellen Parameter R_p und p_I .

Hierin wurden mit T_i die Teilchentemperaturen bezeichnet und $T_+ = T_- = T$ (Neutralgastemperatur) gesetzt.

Das Gleichungssystem (15) wurde unter Verwendung geeigneter Näherungsverfahren mit Hilfe eines Digital-Rechners ausgewertet. Die Ergebnisse sind in den Abb. 1 und 4 bis 6 zusammengefaßt.

Diskussion der Ergebnisse

In die Rechnung gehen als freie Parameter die Größen n_{e0}/n und E/p ein.

Die Lösung unseres Eigenwertproblems liefert das Produkt von Stromstärke und Druck (I_p) sowie das Produkt von Entladungsradius und Druck (R_p) als Funktion dieser freien Parameter. Der entsprechende Zusammenhang ist in den Abb. 4 und 5 demonstriert.

Grundsätzlich ergibt sich aus der Lösung des Eigenwertproblems eine zweifache Mannigfaltigkeit von radialem Elektronendichtheverteilungen, charakterisiert durch die Parameterkombinationen (n_{e0}/n , E/p) bzw. (I_p , R_p). Normieren wir jedoch diese Verteilungen entsprechend Abb. 1, so zeigt es sich, daß alle Kurven gleicher Halbwertsbreite in guter Näherung gleichen radialen Verlauf besitzen. Damit reduziert sich die zweifache Mannigfaltigkeit auf eine einfache Mannigfaltigkeit, die in Abb. 1 dargestellt ist.

Jede Elektronendichtheverteilung läßt sich also durch den Kontraktionsparameter h/R kennzeichnen. Wir haben diesen Parameter in Abb. 6 als Funktion der experimentellen Kenngrößen (R_p , I_p) wiedergegeben.

Der Bereich der experimentellen Parameter ist begrenzt durch die Voraussetzungen unseres Modells.

Da in einem stoßbestimmten Plasma die mittlere freie Weglänge der Träger klein gegenüber den Gefäßdimensionen sein muß, ergibt sich eine untere Grenze für das Produkt $R p$, die in den Abb. 4 bis 6 durch die gestrichelte Gerade angegeben ist. Eine obere Grenze für das Produkt $I p$ ist durch die Voraussetzung konstanter Temperatur bedingt. Diese Begrenzung fällt etwa mit dem größten Wert des Abszissenbereiches $I p$ in den Abb. 4 bis 6 zusammen, wie durch eine sorgfältige Abschätzung der Energiebilanz gezeigt werden konnte.

Aus den Abb. 1 und 4 bis 6 lesen wir die folgenden Ergebnisse ab: Eine negative Ionenkomponente kann eine erhebliche Kontraktion der positiven Säule verursachen.

Bei festem $R p$ nimmt die Kontraktion nach Abb. 6 mit dem Strom zu. Die vor dem Einsetzen thermischer Effekte erzielten Kontraktionen sind im Bereich kleiner $R p$ -Werte ausgeprägt, während sie im Bereich großer $R p$ -Werte vernachlässigbar sind. Bei konstantem Strom nimmt die Kontraktion mit dem Druck zu. Die entsprechende Abhängigkeit wird durch die Schnittpunkte einer Geraden durch den Ursprung der Abb. 6 mit den Kurven konstanter Kontraktion bestimmt.

Diese hier berechnete Kontraktion ist nicht durch thermische Effekte beeinflußt. Wir nähern uns je-

doch mit zunehmender Einschnürung dem Bereich, in dem thermische Prozesse eine Rolle spielen. Derartige thermische Vorgänge, die außerhalb unseres Modells liegen, können zu einer weiteren Kontraktion der Säule führen (*filamentary discharge*). Allerdings muß man diese Entladungstypen wegen der thermischen Trägererzeugung eher als Bogensäulen ansprechen.

Bei der Auswertung unseres Problems wird der Eigenwert ($R p$) durch den Schnittpunkt der Lösungskurve mit der Abszisse bestimmt. Mit zunehmender Kontraktion verflacht der Kurvenverlauf in den Randgebieten und damit verliert der Schnittpunkt seine Bestimmtheit. Diese mathematische Erscheinung entspricht dem physikalischen Phänomen der Wandablösung. Bei der wandabgelösten Säule ist der Trägerverlust zur Wand gegenüber den Volumenvernichtungseffekten vernachlässigbar und daher verliert die Wand ihre bestimmende Bedeutung.

Die Charakteristik ($E - I$) der Säule kann durch horizontale Schnitte in Abb. 5 entnommen werden und zeigt einen fallenden Verlauf. Dieser Effekt ist um so stärker ausgeprägt, je kleiner der Entladungsradius ist.

Wir danken Herrn Dipl.-Phys. O. ZÖLLER für seine Unterstützung bei der Auswertung der Ergebnisse.